NOM:_____COGNOM:_____

(***Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs***)

Problema 1 (B1-B2)

S'està estudiant la quantitat de troballes arqueològiques que apareixen a l'excavació d'Olèrdola, i s'ha fet l'estudi del nombre de peces amb valor històric desenterrades, que anomenarem U (d'unitats). Per simplicitat, assumirem que els valors possibles de U són 5, 10, 15, 20 i 30. Durant els 10 dies laborables de dues setmanes, s'ha observat que en 5 dels 10 dies es troben 5 unitats, en 2 dies se'n troben 10, i en 1 dia se'n troben 15, un altre dia 20, i un altre 30.

1.- Considereu que es fa un recompte d'unitats trobades un dia escollit a l'atzar. Indiqueu i dibuixeu la gràfica de la funció de probabilitat i la de distribució de la variable nombre d'unitats trobades. (1 punt)

2.- Calculeu i expliqueu el significat de l'esperança i la variància de la variable aleatòria U. (2 punts)

S'està considerant llogar una màquina que remou i filtra la terra per trobar unitats o peces amb valor històric. Aquesta màquina té una probabilitat de fer troballes d'un 60% si hi ha 5 unitats històriques enterrades, i aquesta probabilitat s'incrementa en un 5% per cada 5 peces addicionals enterrades (fins uns màxim de 30, i tenint en compte que la variable nombre d'unitats o peces enterrades segueix el model de probabilitat descrit en els apartats anteriors)

3.- Indiqueu la taula de probabilitats conjuntes entre la variable aleatòria nombre d'unitats o peces enterrades (U) i la variable que indica si es fa troballa o no (T és 0 si no trobat, i és 1 si trobat). Indiqueu els càlculs realitzats. (2 punts)

4.- Dibuixeu l'arbre d'esdeveniments associat a l'experiència anterior amb les probabilitats corresponents, ficant al primer nivell la variable T (troballa, amb valors si i no) i després la de nombre de peces trobades (U). (1 punt)

5.- Si se sap que la màquina ha trobat peces històriques, quina és la probabilitat que hagi estat un dia en que s'haguessin trobat 10 peces històriques? (1 punt)

6.- Si sabem que no ha fet cap troballa, quina és la probabilitat que hi hagi com a mínim 15 peces històriques? (1 punt)

La màquina que es vol llogar, quan troba un roc molt gran que no pot passar pel filtre, el trenca i segueix amb el procés de filtrat i d'excavació. El temps, en minuts, que triga en esmicolar el roc i seguir amb la feina es pot modelar amb una variable aleatòria contínua, X, amb la següent funció de densitat:

$$f_X(t) = \begin{cases} a(5-t)^2, & 0 < t < 10 \\ 0 \quad , & altrament \end{cases}$$

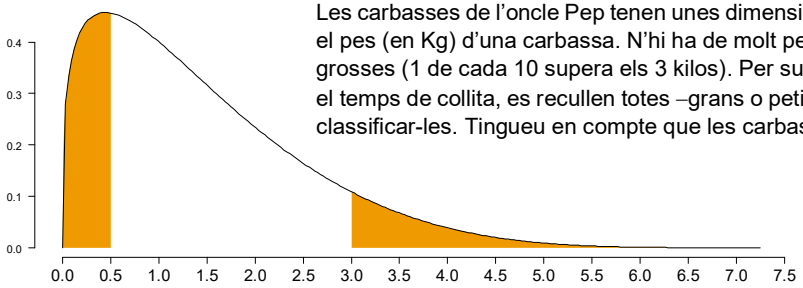
7.- Calculeu *a* perquè $f_X(t)$ sigui una funció de densitat (1 punt)

8.- Calculeu el temps esperat que triga la màquina en esmicolar els rocs grans i seguir amb la feina (1 punt)

NOM:_____COGNOM:_____

(***Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs***)

Problema 2 (B3-B4)



Les carbasses de l'oncle Pep tenen unes dimensions molt variables. En aquest gràfic veiem com es distribueix el pes (en Kg) d'una carbassa. N'hi ha de molt petites (1 de cada 5 no arriba al mig kilo), i altres són realment grosses (1 de cada 10 supera els 3 kilos). Per suposat, aquesta distribució no és gens simètrica. Quan arriba el temps de collita, es recullen totes –grans o petites– i es porten a un magatzem on es deixen a una cinta per classificar-les. Tingueu en compte que les carbasses apareixen seqüencialment i aleatòriament a la cinta.

1. Una persona ha de comptar les carbasses de menys de 0.5 Kg. Quan ha observat el pas de 100 carbasses per la cinta, quin model probabilístic seria apropiat per al resultat de la seva tasca? Amb quines premisses? (0.5 pts)

2. Trobeu la probabilitat que, en una observació de 100 carbasses, aquesta persona hagi comptat 4 o 5 carbasses de menys de 0.5 Kg. (0.5 pts)

3. En mitjana, passa davant del punt d'observació una carbassa cada 4 segons. Quin model probabilístic seria apropiat per comptar carbasses de més de 3 Kg en un temps de 10 minuts? Amb quines premisses? (especifiqueu els paràmetres) (0.5 pts)

4. Trobeu la probabilitat que en un temps de 10 minuts un observador hagi comptat un màxim de 10 carbasses de més de 3 Kg. (0.5 pts)

5. Un client ve al magatzem a buscar quatre carbasses maques (és a dir: de més de 3 Kg de pes). El mosso li dona les quatre primeres carbasses grosses que surten per la cinta. Digueu quin és el model probabilístic apropiat pel nombre de carbasses que cal inspeccionar per a satisfer la demanda del client, i quin és el nombre esperat i la desviació estàndard d'aquesta variable. (0.5 pts)

6. Un altre client adquireix habitualment 250 carbasses de tot tipus. Sabem que, per la distribució del pes de les carbasses, el valor esperat és 1.4355 i la variància 1.1235. La seva furgoneta no pot carregar un pes superior a 400 Kg. Trobeu la probabilitat que una adquisició de 250 carbasses es pugui transportar amb la furgoneta. Justifiqueu el model de probabilitat emprat al càlcul. (1.5 pts)

El nebot Antoni, que va estudiar Agrònoms a Lleida, vol innovar la producció del seu oncle, i incrementar el pes de les carbasses mitjançant noves tècniques. Primer fa un treball empíric agafant aleatòriament grups de 25 carbasses i prenent nota de la mitjana del pes.

7. Suposant que la distribució del pes és la descrita anteriorment, trobeu l'interval centrat al valor esperat on hauríem de trobar el 99% de les vegades el pes mitjà d'aquest grups. (1 pt)

8. Aplicaríeu el mateix procediment si els grups fossin de 5 carbasses? Justifiqueu la resposta. (0.5 pts)

9. L'Antoni mira la proporció de carbasses petites (que no arriben a 500 gr) en grups de 100. Digueu quina és la distribució de probabilitat que pot aproximar aquesta proporció, i trobeu un llindar superior per a un error del 5%. Expliqueu amb una frase què expressa aquest resultat. (1 pt)

10. L'experiment que té al cap consisteix en utilitzar un fertilitzat especial a un terreny apartat. Per a calcular la superfície que necessita ha de conèixer la mida mostral, o quantes carbasses hauria de tenir a la mostra. Trobeu la mida n, sabent que l'Antoni rebutjarà la hipòtesi nul·la "la mitjana del pes no ha variat" si la mitjana mostral supera els 1.6 Kg. Assumiu un enfoc bilateral i que es conserva la mateixa variància poblacional. (1.5 pts)

11. Finalment ha arribat el dia que es recullen les carbasses, es pesen i es disposa de les dades. Són 140 carbasses que pesen un total de 226.65 Kg. L'estadístic que ha analitzat les dades només ens ha dit que el p-valor que ha sortit és de 0.03. Ell coneixia la desviació mostral del pes, i sabem que ha fet una prova bilateral sobre la mitjana poblacional, evidentment. Deduïu d'aquesta informació quant era la desviació mostral del pes. Expliqueu el procés de solució amb un esquema de la distribució de l'estadístic de la prova. (2 pts)

NOM:_____COGNOM:_____

(*Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs*)

Problema 3 (B5-B6)

Totes les preguntes valen 1 punt

Es vol comparar el rendiment de dues GPU (unitat de processament de gràfics) en aplicacions de computació accelerada, on la GPU treballa subordinada a la CPU amb tasques de computació intensiva. Les dues GPUs (A i B) són al mateix ordinador, les proves s'efectuen sota les mateixes condicions amb cada test o *benchmark* per part de la unitat A i B, però cada *benchmark* no està relacionat amb els altres. Els resultats dels 100 tests es recullen a la taula:

	GPU A	**GPU B**	**D = B - A**
Mitjana	7.44	8.28	0.84
Desviació tipus	0.34	0.44	0.21

Per contestar els següents apartats, considereu una confiança del 95%. Podeu suposar que les variables A, B i D segueixen una distribució normal.

1. D'acord amb l'enunciat, es tracta de dues mostres independents o aparellades? Raoneu la resposta.

2. Suposeu que es tracta d'un disseny aparellat. Volem comparar les mitjanes dels rendiments de les dues GPUs. i) indiqueu la fórmula de l'estadístic per fer la comparació i quina és la seva distribució sota la hipòtesi nul·la; ii) calculeu el seu valor; iii) concloeu sobre la comparació

3. Calculeu l'interval de confiança del 95%

4. Calculeu l'interval de confiança del 95% suposant que les mostres són independents i amb variàncies poblacionals iguals.

5. Compareu els resultats dels dos IC95% i expliqueu les diferències i dieu perquè surten diferents.

Tornem a les dades aparellades. Volem estudiar si hi ha relació entre els rendiments de les GPUs.

6. A partir de les propietats de la variància, deduïu una expressió per calcular el coeficient de correlació lineal en funció de les dades donades a l'exercici, és a dir, de les desviacions tipus de les variables A, B i D. Amb aquesta expressió, calculeu el coeficient de correlació lineal.

Si NO heu pogut calcular el coeficient de correlació, useu el valor $r_{A,B} = 0.9$ pels següent apartats.

7. Calculeu el coeficient de determinació i interpreta'l.

8. Calculeu l'equació de la recta de regressió que ajusta el rendiment de la GPU B en funció del rendiment de la GPU A.

9. Estimeu la desviació estàndard residual del model anterior.

10. Quin d'aquests gràfics representa les dades? Argumenteu-ho

